

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{U} =$$

Aufgabe 2

Zweiport-Grundplatte

In der Skizze des Übertragungsgerätes gelten die Parameter der ersten Seite. Die Werte der 2. Seite sind durch die Übertragungsbedingungen zu bestimmen. Die Übertragungsfunktion des Übertragungsgerätes ist durch die 1. und 2. Übertragungsbedingung sowie die Bedingung für die Eigenleistung des Übertragungsgerätes gegeben.

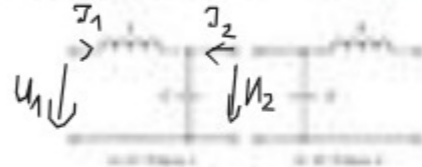


Abbildung 2: Zweiport-Grundplatte

Die Bedingung für die Übertragungsbedingungen des Übertragungsgerätes sind die Übertragungsfunktion  $\underline{U}_2 = \underline{H}(\underline{U}_1)$  und  $\underline{I}_2 = \underline{G}(\underline{I}_1)$  sowie die Übertragungsfunktion  $\underline{U}_1 = \underline{H}(\underline{I}_2)$  und  $\underline{I}_1 = \underline{G}(\underline{U}_2)$ .

Die Bedingung für die Übertragungsbedingungen des Übertragungsgerätes sind die Übertragungsfunktion  $\underline{U}_2 = \underline{H}(\underline{U}_1)$  und  $\underline{I}_2 = \underline{G}(\underline{I}_1)$  sowie die Übertragungsfunktion  $\underline{U}_1 = \underline{H}(\underline{I}_2)$  und  $\underline{I}_1 = \underline{G}(\underline{U}_2)$ .

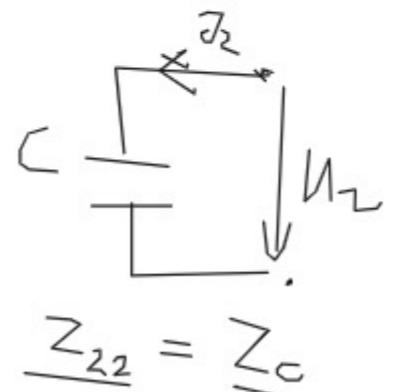
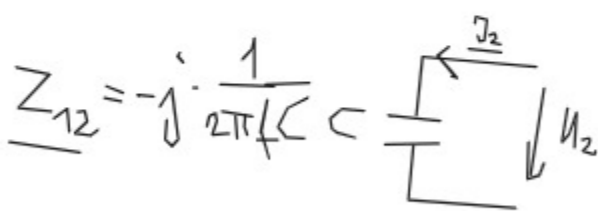
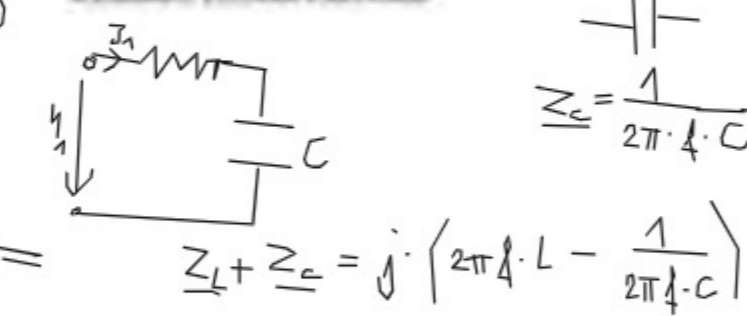


$$\underline{U}_2 = \frac{Z_C}{Z_L + Z_C} \cdot \underline{U}_1$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z} + Z_L} = \frac{\underline{U}_1}{Z_C + Z_L}$$

$$\underline{Z}_{21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \frac{\frac{Z_C}{Z_L + Z_C} \cdot \underline{U}_1}{\frac{\underline{U}_1}{Z_C + Z_L}} = Z_C$$

$$\underline{Z}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{U}_1}{\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}}} = \underline{Z}$$



$$\underline{Z} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_L + \underline{Z}_C & \underline{Z}_C \\ \underline{Z}_C & \underline{Z}_C \end{pmatrix}$$

$$\underline{Z}_L = \frac{j\omega L}{1}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}_L = \frac{j\omega L}{1}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

passiver Lastimpedanzwert

schwächenwertige Lastimpedanzwert

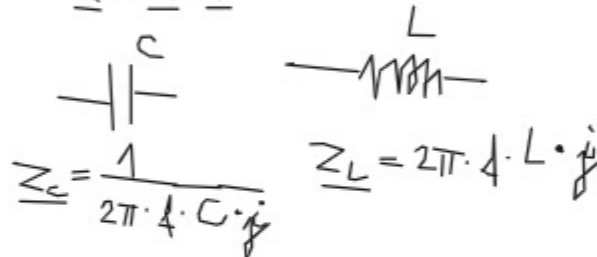
passiver Lastimpedanzwert

schwächenwertige Lastimpedanzwert

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}$$

$$\frac{1}{j} = -j$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$



**Aufgabe 1**

**Zielsetzung**

In der Skizze des Übertragungsgeräts sollen die Eingangs- und Ausgangs-Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  auf beiden Seiten des Übertragungsgeräts sowie die Eingangs- und Ausgangs-Stromen  $I_1$  und  $I_2$  an den Anschlüssen des Übertragungsgeräts angegeben werden.

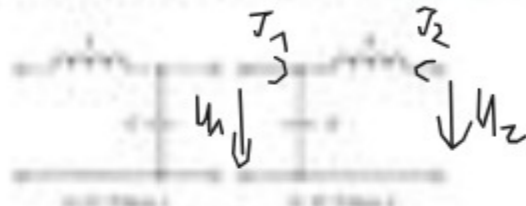


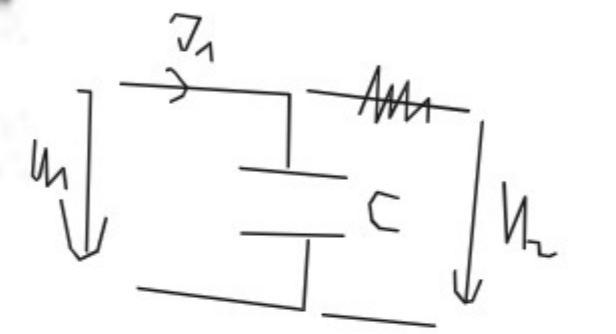
Abbildung 1: Übertragungsgeräts

Die Übertragungsfunktion  $H(\omega)$  des Übertragungsgeräts ist definiert als das Verhältnis  $\frac{U_2}{U_1}$  für ein am Ausgang des Übertragungsgeräts angeschlossenem Lastimpedanz  $Z_L = j\omega L$ .

Die Übertragungsfunktion  $H(\omega)$  des Übertragungsgeräts ist definiert als das Verhältnis  $\frac{I_2}{I_1}$  für ein am Ausgang des Übertragungsgeräts angeschlossenem Lastimpedanz  $Z_L = j\omega L$ .

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion  $H(\omega)$  des Übertragungsgeräts für ein am Ausgang des Übertragungsgeräts angeschlossenem Lastimpedanz  $Z_L = j\omega L$ .

- $Z_L = j\omega L$      **positive Lastimpedanz**
- $Z_L = -j\omega L$      **negative Lastimpedanz**
- $Z_L = \frac{1}{j\omega C}$      **positive Lastimpedanz**
- $Z_L = \frac{1}{-j\omega C}$      **negative Lastimpedanz**



$$Z_{21} = Z_C$$

$$Z_{22} = Z_C + Z_L$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_0 \cdot \Omega =$$

$$= \frac{\Omega}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$Z_L = \omega \cdot L \cdot j =$$

$$= \frac{\Omega}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot L \cdot j =$$

$$= \Omega \cdot \sqrt{\frac{L^2}{L \cdot C}} \cdot j =$$

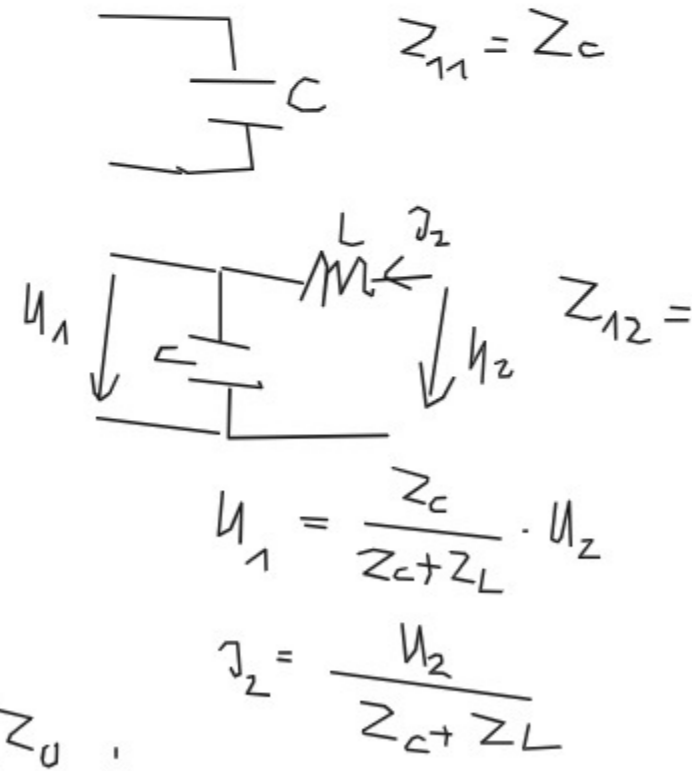
$$= \Omega \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot j = \Omega \cdot Z_0 \cdot j$$

$$Z_C = -\frac{1}{\omega \cdot C} \cdot j =$$

$$= -\frac{1}{\frac{\Omega}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot C} \cdot j =$$

$$= -\frac{1}{\Omega \cdot \sqrt{\frac{C^2}{L \cdot C}}} \cdot j =$$

$$= -\frac{1}{\Omega \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}} \cdot j = -\frac{1}{\Omega \cdot \frac{1}{Z_0}} \cdot j = -\frac{Z_0}{\Omega} \cdot j$$



$$Z_{12} = \frac{U_1}{I_2} = \frac{Z_C \cdot U_2}{\frac{U_2}{Z_C + Z_L}} = Z_C$$

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_C & Z_C \\ Z_C & Z_C + Z_L \end{pmatrix}$$

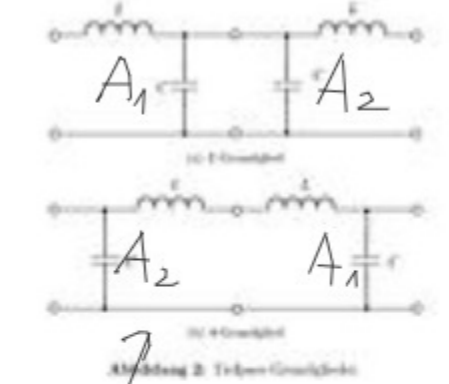
In Matrixform umgeschrieben lautet die Darstellung in Kettenparametern:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Z_{11} & -\det[Z] \\ Z_{21} & -Z_{22} \\ 1 & -Z_{21} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}}_{=A} \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$Z = \begin{pmatrix} Z_L + Z_C & Z_C \\ Z_C & Z_C \end{pmatrix}$   
 $A_1 = \begin{pmatrix} \frac{Z_L + Z_C}{Z_C} & -\frac{Z_L \cdot Z_C}{Z_C} \\ 1 & -\frac{Z_C}{Z_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_L}{Z_C} + 1 & -Z_L \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

$Z = \begin{pmatrix} Z_C & Z_C \\ Z_C & Z_L + Z_C \end{pmatrix}$   
 $A_2 = \begin{pmatrix} \frac{Z_C}{Z_C} & -\frac{Z_C \cdot Z_C}{Z_C} \\ 1 & -\frac{Z_L + Z_C}{Z_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -Z_C \\ 1 & -1 - \frac{Z_L}{Z_C} \end{pmatrix}$

$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$   
 $\det Z = (Z_L + Z_C) \cdot Z_C - Z_C^2 = Z_L \cdot Z_C$



$A = A_1 \cdot A_2 = \begin{pmatrix} \frac{Z_L}{Z_C} + 1 & -Z_L \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -Z_C \\ 1 & -1 - \frac{Z_L}{Z_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_L}{Z_C} + 1 & -Z_L \\ \frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_C} & -\frac{Z_L}{Z_C} + 1 + \frac{Z_L}{Z_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

### 6.9.1 Serienschaltung (Kettenschaltung) von Teilvierpolen

In Abbildung 6-6 ist die Kettenschaltung von n Teilvierpolen zu sehen. Da wir die Kettendarstellung der Vierpole verwenden, wählt man eine unsymmetrische Bepfeilung.

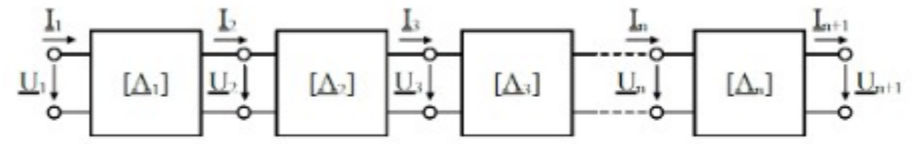


Abbildung 6-6: Kettenschaltung von n Teilvierpolen

Die Größen am Ausgang des Vierpols 2 berechnen sich aus dem Produkt der Kettenmatrizen:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = [\Delta_1] \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = [\Delta_2] \begin{pmatrix} U_3 \\ I_3 \end{pmatrix} \quad (6-41)$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = [\Delta_1][\Delta_2] \begin{pmatrix} U_3 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

c) Der Eingangswiderstand  $Z_e$  lässt sich als Funktion der Kettenparameter und des Abschlusswiderstandes  $Z_2$  gemäß

$$Z_e = \frac{U_1}{I_1} = \frac{A_{11}Z_2 + A_{12}}{A_{21}Z_2 + A_{22}}$$

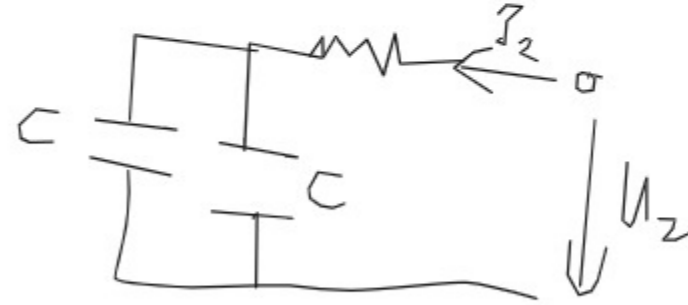
darstellen.

Es gibt nun einen Abschlusswiderstand  $Z_2$ , bei dem der Eingangswiderstand  $Z_e = Z_0$  wird. Berechnen Sie diesen Widerstand für die Schaltungen aus (Abbildungen 2(a) und 2(b)) als Funktion des Kennwiderstandes und der normierten Frequenz. Beschreiben Sie in Worten, was an der Stelle  $\Omega = 1$  passiert.

$$Z_e = Z_2$$

$$\frac{A_{11}Z_2 + A_{12}}{A_{21}Z_2 + A_{22}} = Z_2$$

$$\frac{1 \cdot Z_2 + 0}{0 \cdot Z_2 + 1} = Z_2$$



$$\begin{aligned} Z_2 &= Z_L + \frac{1}{2} Z_C \\ &= \Omega \cdot Z_0 \cdot j + \frac{1}{2} \cdot -\frac{Z_0}{\Omega} \cdot j \\ &= Z_0 \cdot j \cdot \left( \Omega - \frac{1}{2\Omega} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{|Z_2|}{Z_0} = \frac{Z_0 \cdot \left| \Omega - \frac{1}{2\Omega} \right|}{Z_0} = \left| \Omega - \frac{1}{2\Omega} \right|$$

$$\Omega - \frac{1}{2\Omega} = 0$$

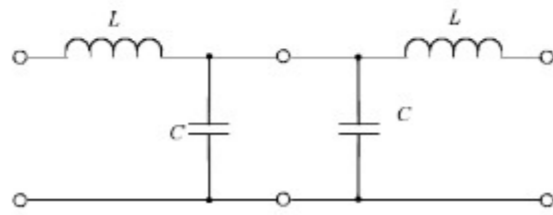
$$\Omega = \frac{1}{2\Omega} \quad | \cdot 2\Omega$$

$$2\Omega^2 = 1 \quad | :2$$

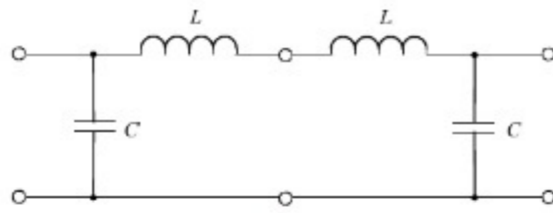
$$\Omega = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0,7$$

d) Stellen Sie den normierten Betrag  $|Z_2|/Z_0$  über der normierten Frequenz ( $0 < \Omega < 3$ ) auf einer linearen Skala dar.

Beschreiben Sie in Worten den Unterschied zwischen dem T- und dem  $\pi$ -Glieder.



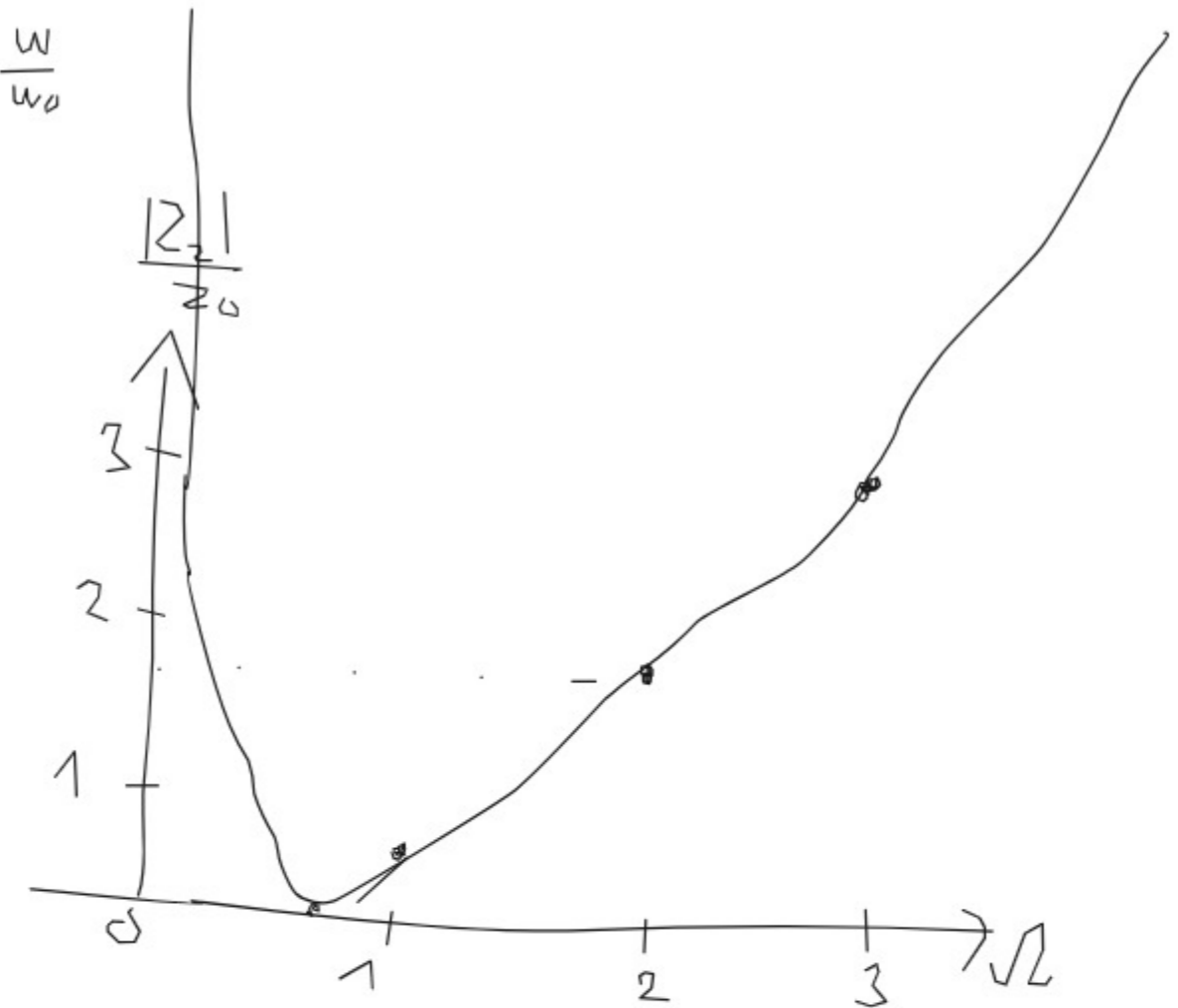
(a) T-Grundglied



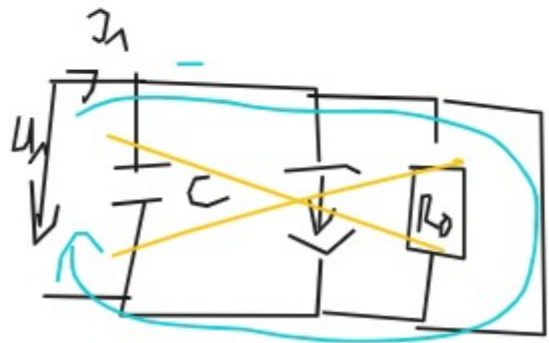
(b)  $\pi$ -Grundglied

Abbildung 2: Tiefpass-Grundglieder.

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$$

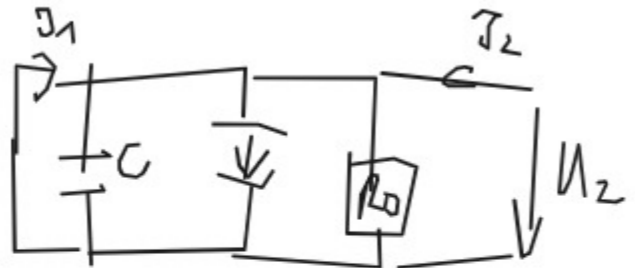


$$G = \frac{I}{U}$$



$$I_1 = +U$$

$$Y_{11} = +\infty$$



$$I_1 = -\infty$$

$$Y_{12} = -\infty$$

**Aufgabe 3**

**Erweiterte Cramer'sche Methode**

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Vierpolnetzes durch die Cramer'sche Methode. Die Quelle in der Formvorschrift ist durch den Widerstand  $R_0$  modelliert und hat die Spannung  $U_0$ . Die Lastwiderstände sind durch den Widerstand  $R_L$  modelliert. Die Übertragungsfunktion ist durch  $H(\omega) = \frac{U_2}{U_1}$  gegeben. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion.



Abbildung 3: Vierpolnetz zur erweiterten Cramer'schen Methode.

Die Quelle in der Formvorschrift ist durch den Widerstand  $R_0$  modelliert und hat die Spannung  $U_0$ . Die Lastwiderstände sind durch den Widerstand  $R_L$  modelliert. Die Übertragungsfunktion ist durch  $H(\omega) = \frac{U_2}{U_1}$  gegeben. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion.

- 1) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion  $H(\omega)$  des Vierpolnetzes durch die erweiterte Cramer'sche Methode.
- 2) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $H(\omega)$  des Vierpolnetzes durch die erweiterte Cramer'sche Methode.

$Z_1 = \frac{U_1}{I_1}$	gesamter Kurzschlusswert	$\infty$
$Y_1 = \frac{I_1}{U_1}$	gesamte Leerlaufwert	$0$
$Z_2 = \frac{U_2}{I_2}$	gesamter Kurzschlusswert	$\infty$
$Y_2 = \frac{I_2}{U_2}$	gesamte Leerlaufwert	$0$

Abbildung 4: Vierpolnetz zur erweiterten Cramer'schen Methode.



1) $H(\omega) = \frac{U_2}{U_1}$
2) $H(\omega) = \frac{U_2}{U_1}$
3) $H(\omega) = \frac{U_2}{U_1}$